Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ УПРАВЛЕНИЯ»

ИНСТИТУТ ОТКРЫТОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Институт информационных систем

Кафедра математики и информатики

КОНТРОЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ

по дисциплине «**Математика**»

вариант (тема) «**Вариант №__**»

Выполнил(а) студент(ка)
____________ формы обучения
Направление: ______________________________
Образовательная программа: _______________
___ курса __________________________ группы
№ студенческого билета
(зачетной книжки) _________

_________________ *(личная подпись)*
_____________________ *(инициалы, фамилия)*

Проверил преподаватель

____________________________ *(ученая степень, звание)*
_________________ *(личная подпись)*
_____________________ *(инициалы, фамилия)*

Москва – 20__

1. Найдите область определения функции:

$y = \ln(|x+6|-3)$

Реше

Функц ... $-3 > 0$. Решим

пол...

Нане... полученные значения на числовую прямую и выделим интервалы, соответствующие области определения функции (рисунок 1).

Рисунок 1

Так как неравенство $|x+6|-3>0$ выполняется на промежутке $(-\infty;-9)\cup(-3;\infty)$, данный интервал и будет являться областью определения функции.

Ответ: область о...еделения фу... $\infty)$.

2. Постройте графики функций спроса Q=Q_D(P) и предложения Q=Q_S(P) и найдите коо...наты т... равновесия:

Q_D... P^2 –3P+1

Пример работы

...спроса и предложения ...и правые части уравнений, ...):

P^2 ... 0

P_1 ... , $P_2 = 1$

Очевидно, что значение цены не может быть отрицательным, в связи с чем искомым решением является только второй корень.

Таким образом, равновесная цена (Pe) равна 1.

Чтобы найти равновесный объем продукта, необходимо подставить найденное значение (Pe) в любое из уравнений:

$Q_s = 2P + 4$

$Q_s = 6$

Поскольку в состоянии равновесия Qd = Qs = Qe, то найденный объем и будет равновесным.

Построение графиков функц... ...ложени... выполнено на рисунке 2 средствами ... 14...

Пример работы

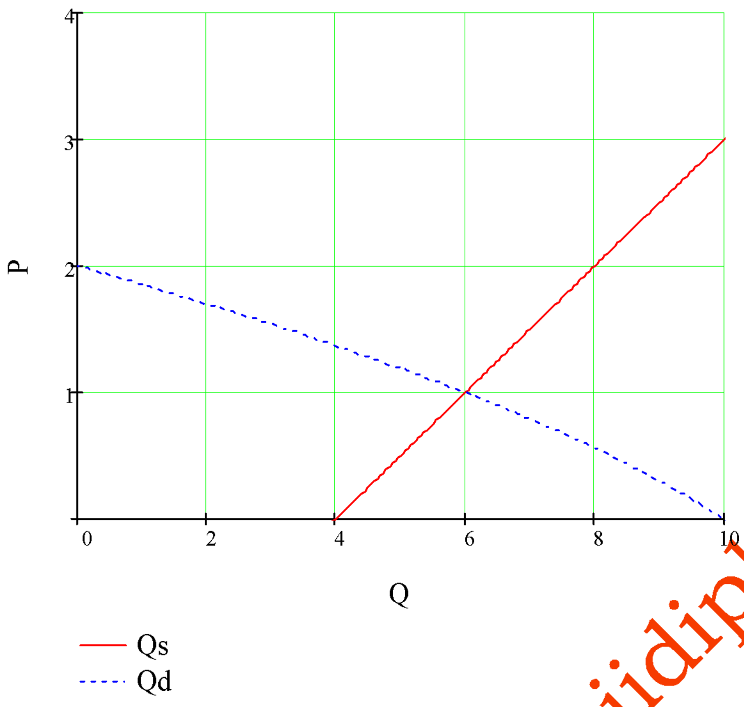


Рисунок 2 – Графики спроса и предложения

Ответ: координаты точки равновесия (6;1).

3. Найдите пределы:

$$\lim_{x \to 2} \frac{5x^2 - 9x - 2}{x^2 - 4x + 4}$$

Решение:

$$\ldots + x - 2$$

$$\ldots \frac{\ldots + 1}{x - 2}$$

... т.к. $\lim_{x \to 2+0} \frac{5x+1}{x-2} = +\infty$; $\lim_{x \to 2-0} \frac{5x+1}{x-2} = -\infty$.

...твет: предел не существует.

5. Найдите уравнения асимптот и по[illegible]ройте их графики:

$y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x + 3}$

Решени[illegible]

Пример работы

$\frac{x^2 - 2x + 2}{x + 3}$

2. Выя[illegible] четно[illegible]ь функции.

$f(-x) = \frac{(-x)^2 - 2(-x) + 2}{-x + 3} = \frac{x^2 + 2x + 2}{-x + 3}$

$f(-x) \neq f(x)$ и $f(-x) \neq -f(x)$

Таким образом, функция не является ни четной, ни нечетной.

3. Находим асимптоты функции.

а) Вертикальные: находим односторонние пределы в граничных точках

$x = -3$. $\lim\limits_{x \to -3 \pm 0} \frac{x^2 - 2x + 2}{x + 3} = \frac{9 + 6 + 2}{-3 + 3} = \frac{17}{0} = \begin{cases} -\infty \\ +\infty \end{cases}$ => $x = -3$ - вертикальная асимптота

б) Наклонные: если [illegible]

$k = \lim\limits_{x \to \pm\infty} \frac{y}{x}$ [illegible]

Пример работы

$k = $ [illegible]

$b = \lim\limits_{x \to \pm\infty} (f(x) - kx)$

$b = \lim\limits_{x \to \pm\infty} \left(\frac{x^2 - 2x + 2}{x + 3} - 1x \right) = \lim\limits_{x \to \pm\infty} \left(\frac{x^2 - 2x + 2 - x^2 - 3x}{x + 3} \right) = \lim\limits_{x \to \pm\infty} \left(\frac{2 - 5x}{x + 3} \right) = -5$

Тогда уравнение наклонной асимптоты:

$y = kx + b$

$y = x - 5$

4. Строим графики функции и асимптот:

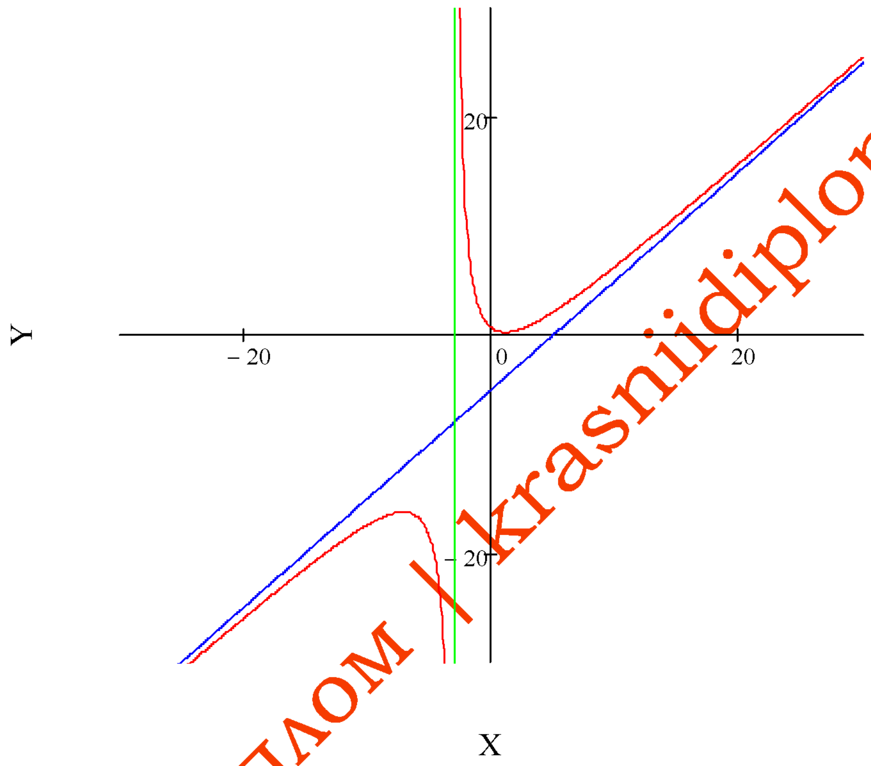


Рисунок 3

8. Составьте уравнение касательной к графику функции $y=f(x)$ в точке $M=x_0$, постройте графики кривой … касательной к ней:

$y=\ldots\frac{1}{\ldots}$ $\quad x_0=2$

1. a = … - абсцисса точки касания

2. $f(x_0)=f(2)=\frac{3}{2}$

3. $f'(x)=\left(2-\frac{1}{x}\right)'=\frac{1}{x^2}$

4. $f'(x_0)=\frac{1}{2^2}=\frac{1}{4}$

5. Общий вид уравнения касательной:

$y=f(x_0)+f'(x_0)\cdot(x-x_0)$

Тогда:

$y=\frac{3}{2}+\frac{1}{4}\cdot(x-2)$

$y=\frac{1}{4}x+1$

$y \ldots \frac{\ldots}{4}$

6. Выполним по… (р…ок 2).

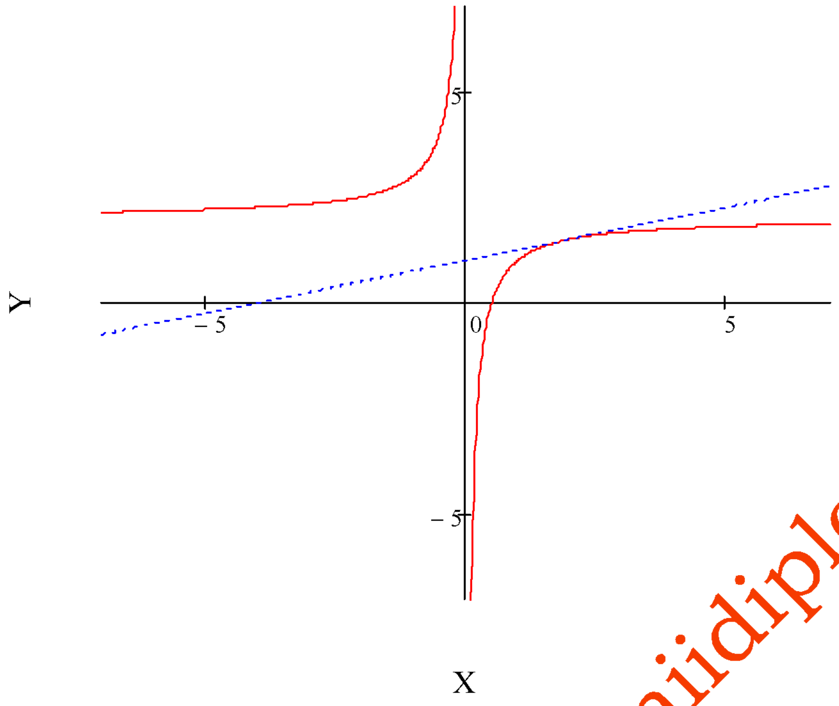


Рисунок 4

Ответ: $y = \frac{1}{4}x + 1$

10.1. Найдите экстремум функции:

$y = 5x^3 - 60x + 11$

Решение:

y'

ления критических

точек:

$15x^2 - 60$

$15x^2 = 60$

$x^2 = 4$

$x = \pm 2$

3. Нанесем полученные точки на числовую прямую:

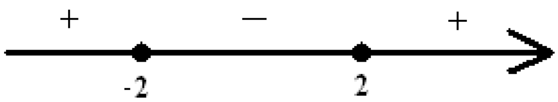


Рисунок 5

Так как при переходе через точку x_1 = -2 производ меняет знак плюс на минус, то в этой точке функция им макс ри переходе через точку x_2 = 2 производная м нак м ке x_2 = 2 у функции минимум.

4. Найдем зн

$y_{\min} = 5*2^3 - 60*2$

$y_{\min} = -6$

$y_{\max} = 5*(-2)^3 -$

$y_{\max} = 91$

Ответ: $y_{\min} = -69$, $y_{\max} = 91$

10.2. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции на заданном отрезке:

$y = 4x^3 - 10x^2 + 12$, [

Реш

x_2

2. Вычислим значения функции в найденных точках и на концах заданного отрезка.

$$f(-2) = 4*(-2)^3 - 10*(-2)^2 + 12 = -60$$
$$f(0) = 12$$
$$f(\frac{5}{3}) = \frac{4\cdot125}{27} - \frac{10\cdot25}{9} + 12 = \frac{500 - 750 + 324}{27} = -\frac{74}{27}$$
$$f(2) = 32 - 40 + 12 = 4$$

3. Таким обра

$\min\limits_{x\in[-2;2]} f(x) =$

Ответ:

11. Провести полное исследование функции и построить ее график:

$y = x - 4 + \frac{1}{x-4}$

...нкции: $x \neq 4$, то есть

...числим односторонние пределы

$$\ldots \frac{\ldots 17}{4 - \ldots} = \frac{1}{0} = \begin{cases} \ldots \\ -\infty \end{cases}$$

Получаем, что $x = 4$ вертикальная асимптота.

2. Точки пересечения с осями координат:

$Ox: y = \frac{x^2 - 8x + 17}{x - 4} = 0$

$x^2 - 8x + 17 = 0, x \neq 4$

$D < 0$

Пересечений с осью абсцисс нет.

$Oy: y = \frac{0 - 0 + 17}{0 - 4} = -\frac{17}{4}$

3. Провер...

$f(-x) \ldots$

$f(-\ldots$

Функция не... ...тной, ... нечетной.

4. Найдем экстремумы и определим монотонность функции:

Вычислим первую производную:

$$f'(x) = \frac{(2x-8)\cdot(x-4) \ldots 8x+\ldots}{(x \ldots} \ldots \frac{\ldots 16x+32-x^2+8x-17}{x^2 \ldots +16} = \frac{x^2-8x+15}{x^2-8x+16}$$

Найде… $\ldots = 0$ … $\ldots 8x+16$

… на числовую прямую:

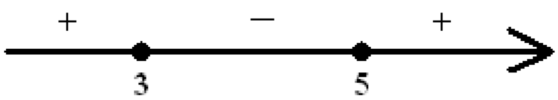


Рисунок 6

Так как при переходе через точку $x_1 = 3$ производная меняет знак плюс на минус, то в этой точке функция имеет максимум. При переходе через точку $x_2 = 5$ производная меняет знак минус на плюс, поэтому в точке $x_2 = 5$ у функции минимум.

Найдем значения функции в точ… экстре…

$y_{max} = \frac{3^2-8*3+17}{3-4}$

$y_{max} = -2$

$y_{min} = \frac{5^2 - \ldots}{5-4}$

5. Най… … перег…, для этого вычислим вторую производную:

$$f''(x) = \left(\frac{x^2-8x+15}{x^2-8x+16} \right)' = \frac{(2x-8)\cdot(x^2-8x+16)-(x^2-8x+15)\cdot(2x-8)}{(x^2-8x+16)^2} =$$

$$= \frac{(2x-8)\cdot(x^2-8x+16-x^2+8x-15)}{(x^2-8x+16)^2} = \ldots \frac{2x-8}{\ldots -8x+16)^2}$$

П… ем … еские точки:

… не принадлежит области

… уравне… решений не имеет. Точек

6. …айдем наклонные асимптоты:

$$k = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{f(x)}{x}$$

$$k = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{x^2-8x+17}{x(x-4)} = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{x^2-8x+17}{x^2-4x} = 1$$

$$b = \lim_{x \to \pm\infty} (f(x)-kx)$$

$$b = \lim_{x \to \pm\infty} \left(\frac{x^2-8x+17}{x-4} - x \right) = \lim_{x \to \pm\infty} \left(\frac{x^2-8x+17-x^2+4x}{x-4} \right) = \lim_{x \to \pm\infty} \left(\frac{-4x+17}{x-4} \right) = -4$$

Тогда уравнение наклонной а…имптоты:

$y = kx + b$

$y = x - 4$

7. Стр…

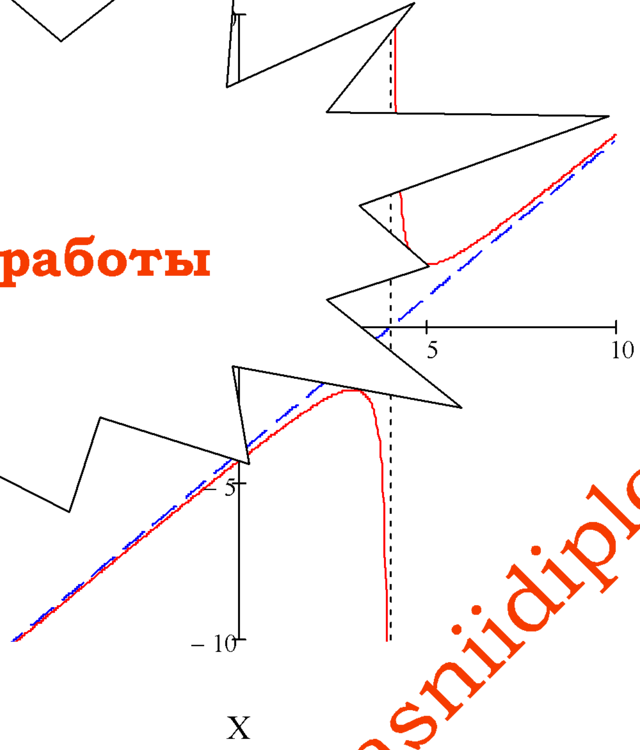


Рисунок 7

13. Даны векторы $\bar{a} = a_x\bar{i} + a_y\bar{j} + \beta\bar{k}$ **и** $\bar{b} = \alpha\bar{i} + b_y\bar{j} + b_z\bar{k}$ **.**

Определите, при каких α **и** β **векторы** $\bar{a}$ **и** $\bar{b}$ **коллинеарны.**

$\bar{a} = -2\bar{i} + 4\bar{j} + \beta\bar{k}$, $\bar{b}$ ... $2\bar{j} + 2\bar{k}$

Реш...

Пример работы

...екторов:

$\frac{x_1}{x_2} = \ldots \frac{\ldots}{z_2}$

Тогда:

$$\frac{-2}{\alpha} = \frac{4}{-2} = \frac{\beta}{2}$$

$\alpha = 1$

$\beta = -4$

Ответ: векторы $\bar{a}$ и $\bar{b}$ будут коллинеарными при $\alpha = 1; \beta = -4$.

Пример работы

17. Заданное уравнение привести к каноническому виду и построить в плоскости *Oxy* соответствующую кривую:

$x^2+6x+(y+2)^2+5=0$

Решени

$+5=0$ привести к

канониче я выделим полный

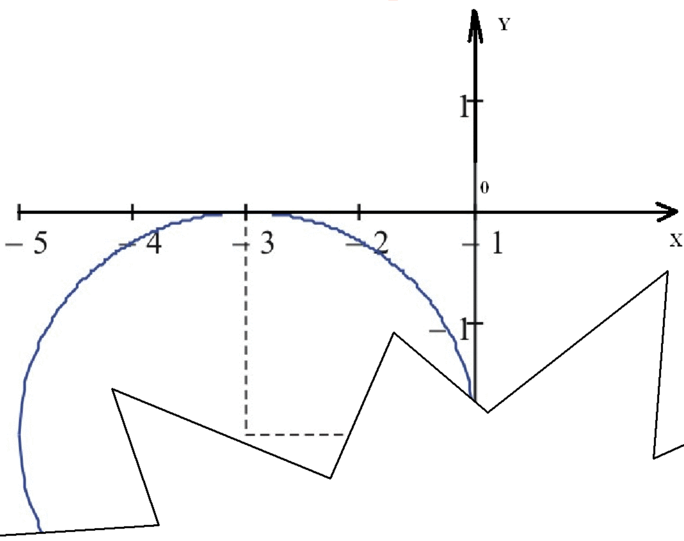
$(x$

$(x+3)^2+ \ldots 4$

$(x+3)^2+ \ldots 2)^2=2^2.$

Получили приведенное к каноническому виду уравнение окружности с центром в точке (-3; -2) и радиусом R = 2.

Построим полученную окружность:



20. Найти точку пересечения прямой $\begin{cases} x = at + b \\ y = ct + d \\ z = kt + s \end{cases}$ и плоскости $Ax + By + Cz + D = 0$:

$\begin{cases} x \\ y \end{cases}$

Пример работы

$y = t + 4$ уравнение плоскости $4x - y + z + 11 = 0$:
$z = -t - 1$

$4(\ldots) - (t+4) + (-t-1) + 11 = 0$

$-8 \ldots + 4 - t - 4 - t - 1 + 11 = 0$

$-10t + 10 = 0$

$t = 1$

2. Найдем значения x, y, z:

$$\begin{cases} x = -2 + 1 \\ y = 1 + 4 \\ z = -1 - 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -1 \\ y = 5 \\ z = -2 \end{cases}$$

Таким образо… …ка (-1; 5… …ой п… …ечения прямой и плоскости.

Ответ: (-1…

Пример работы

Список использованных источников

1. Высшая математика (для гуманитарных специальностей) [Текст] : учебное пособие / [И. В. Сухорукова, О. И. Савина, Т. А. Лавриненко, Т. Г. Артюшина] ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Российский экономический университет имени Г. В. Плеханова" (ФГБОУ ВО "РЭУ им. Г. В. Плеханова"). - Москва : РЭУ им. Г. В. Плеханова, 2018. - 111 с.
2. Высшая математика [Текст] : (математика - 1) : учебное пособие : [в 4 ч.] / Г. Н. Дьякова, А. Б. Плаченов ; Министерсто образования и науки Российской Федерации, Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения. - Санкт-Петербург : ГУАП, 2017 г.
3. Высшая математика [Текст] : интегральное исчисление, дифференциальные уравнения и ряды / В. Д. Кулиев, Е. В. Макаров, В. М. Сафрай, И. В. Нефедова. - [Б. м.] : [б. и.], [2017]. - 100 с.